



Linearna kombinacija vektorjev in baza

Naloga 1. Zapiši linearno kombinacijo vektorjev \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} in \vec{e} , če so vektorjem pripadajoči skalarji po vrsti -1 , 2 , $\frac{3}{2}$, 0 in 1 .

Naloga 2. Izrazi \vec{b} kot linearno kombinacijo drugih vektorjev, če veš, da je $-3\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b} - \vec{c} + 4\vec{d} = \vec{0}$.

Naloga 3. Izračunaj skalarje m , n , x , y in z , če veš, da so vektorji \vec{a} , \vec{b} in \vec{c} linearno neodvisni in velja:

a) $(2m + n - 3)\vec{a} + (-3n - m + 1)\vec{b} = \vec{0}$,

b) $5\vec{a} + mn\vec{b} = m\vec{a} + n^2\vec{b}$,

c) $x\vec{a} - 2\vec{b} + y\vec{b} + \vec{c} = z\vec{b} - 4\vec{a} - 2z\vec{b} - 5y\vec{c}$,

d) $x\vec{a} + y\vec{a} - 2\vec{a} + 2x\vec{b} + z\vec{b} - y\vec{b} + 2y\vec{c} + \vec{c} - z\vec{c} = \vec{0}$.

Naloga 4. V kocki $ABCD A' B' C' D'$ (A' je nad A , ...) navedi po dve daljici, določeni z oglišči kocke, na katerih ležita linearno neodvisna vektorja.

Isto nalogo reši še za tri daljice, na katerih ležijo trije linearno neodvisni vektorji.

Naloga 5. Kateri pari (trojice) vektorjev, ki ležijo na danih daljicah kocke z oglišči $ABCD A' B' C' D'$ (A' je nad A , ...), so linearno odvisni?

a) (AB, CD) , $(AD, B'C')$, $(AC, A'C')$, (AB, AA') , (BD, BD') , $(A'C', CA)$

b) $(AB, BD, B'D')$, (AB, BC, DD') , (AC, BD, BD') , $(AB, B'C', DD')$, (CC', DD', AA') , $(BD, B'D', BB')$

Naloga 6. V katerem od spodnjih primerov vektorja \vec{a} in \vec{b} zagotovo tvorita bazo ravnine?

a) $\vec{a} \parallel \vec{b}$

b) $\vec{a} \perp \vec{b}$

c) $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$

d) $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$

e) $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2 \wedge \angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$

f) $\vec{a} = -\frac{2}{3}\vec{b}$



Naloga 7. V katerem od spodnjih primerov vektorji \vec{a} , \vec{b} in \vec{c} zagotovo tvorijo bazo prostora?

a) $(\vec{a} \perp \vec{b}) \wedge (\vec{b} \perp \vec{c})$

b) $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$

c) $(|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1) \wedge (\vec{a} \perp \vec{b}) \wedge (\vec{b} \perp \vec{c}) \wedge (\vec{a} \perp \vec{c})$

d) $\vec{a} = 3\vec{b} \wedge \vec{c} = 2\vec{a}$

e) $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ, \angle(\vec{b}, \vec{c}) = 60^\circ, \angle(\vec{a}, \vec{c}) = 100^\circ$

f) $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ, \angle(\vec{b}, \vec{c}) = 40^\circ, \angle(\vec{a}, \vec{c}) = 20^\circ$

g) $\vec{a} = 2\vec{b} + \vec{c}$

h) $\vec{a} \parallel \vec{b} \wedge (\vec{c} \perp \vec{a}) \wedge (\vec{c} \perp \vec{b})$



Naloga 1. $-\vec{a} + 2\vec{b} + \frac{3}{2}\vec{c} + \vec{e}$

Naloga 2. $\vec{b} = \frac{15}{2}\vec{a} + \frac{5}{2}\vec{c} - 10\vec{d}$

Naloga 3. a) $m = \frac{8}{5}, n = -\frac{1}{5}$ b) $(m = 5 \wedge n = 0) \vee (m = n = 5)$ c) $x = -4, y = -\frac{1}{5}, z = \frac{11}{5}$ d) $x = -3, y = 5, z = 11$

Naloga 4. Primeri dveh daljic, na katerih ležita neodvisna vektorja: $(AB, AD), (AB, AA'), (AB, AC), (AC, BD), (AB, BD), (AB, AC'), (AC, AC'), (AC', BD'), \dots$

Pri tem upoštevamo različne možne izbire dveh nevzporednih robov, roba in ploskovne diagonale, roba in telesne diagonale, dveh ploskovnih diagonal, dveh telesnih diagonal ali pa telesne in ploskovne diagonale.

Primeri treh daljic, na katerih ležijo neodvisni vektorji, pa so: $(AB, AD, AA'), (AB, AC, AA'), (BD, AC, AA'), (AB, AD, AC'), (AB, AC, AC'), (AB, AC', BD'), (AC, BD, BD'), (A'C, B'D, BC'), (BC', A'D, BD), (A'C, B'D, AC') \dots$

Pri tem upoštevamo različne ustrezne izbire treh robov, dveh robov in ploskovne diagonale, dveh robov in telesne diagonale, enega roba in dveh ploskovnih diagonal, enega roba in dveh telesnih diagonal, enega roba, ene ploskovne in ene telesne diagonale, dveh ploskovnih in ene telesne diagonale, dveh telesnih in ene ploskovne diagonale, treh ploskovnih diagonal in treh telesnih diagonal.

Naloga 5. a) $(AB, CD), (AD, B'C'), (AC, A'C')$ in $(A'C', CA)$ b) $(AB, BD, B'D'), (CC', DD', AA')$ in $(BD, B'D', BB')$

Naloga 6. a) Ne, ker sta vzporedna, torej linearno odvisna. b) Da, ker sta pravokotna, torej nista vzporedna. c) Ne, ker sta vzporedna. d) Ne, ker nič ne vemo o njuni medsebojni legi. e) Da, ker nista vzporedna. Dovolj bi bil že samo podatek o kotu, ki ga oklepata. f) Ne, ker sta vzporedna, saj lahko en vektor očitno izrazimo z drugim.

Naloga 7. a) Ne, ker sta \vec{a} in \vec{c} lahko vzporedna. b) Ne, saj so zagotovo enotski, nič pa ne vemo o njihovi legi. c) Da, gre za ortonormirano bazo. d) Ne, so vzporedni. e) Da, ker take medsebojne lege v ravnini ni mogoče doseči, ne ležijo v isti ravnini in so zato linearno neodvisni. f) Ne, ker je opisano lego možno doseči tudi v ravnini. g) Ne. Če lahko en vektor izrazimo z drugima dvema, so linearno odvisni in ne tvorijo baze. h) Ne. Ker sta prva dva vektorja vzporedna, sta linearno odvisna in zato je odvisna vsa trojica vektorjev.