



## Deljivost naravnih števil

**Naloga 1.** Pri Simpsonovih smo opazovali različne relacije. V širši družini najdemo še kakšno. Oglejmo si relacijo 'biti bratranec ali sestrična'. Ali je refleksivna, simetrična, antisimetrična ali tranzitivna?

**Naloga 2.** Vzporednosti se zdi zelo podobna relacija pravokotnosti. Da je premica  $p$  pravokotna na premico  $r$ , označimo tako:  $p \perp r$ . Ali je relacija pravokotnosti refleksivna, simetrična, antisimetrična ali tranzitivna?

**Naloga 3.** Zapiši vse delitelje števil 36, 80 in 200.

**Naloga 4.** Ugotovi, ali velja:

a)  $21 \mid (8^{101} - 5 \cdot 8^{100} - 3 \cdot 8^{99})$

b)  $25 \mid (10^{1000} - 2 \cdot 10^{999} - 50 \cdot 10^{997})$

c)  $29 \mid (3^{n-2} - 15 \cdot 3^n + 2 \cdot 3^{n+2})$

d)  $34 \mid (5^{n+3} - 12 \cdot 5^{n+1} + 3 \cdot 5^n)$

**Naloga 5.** Predpostavimo, da  $a \mid b$  in  $a \mid c$ . Pokaži, da potem  $a$  deli tudi  $12b + 13c$ .



**Naloga 1.** Refleksivna ni, ker sam sebi ne moreš biti bratranec ali sestrična. Simetrična je; če je nekdo bratranec ali sestrična neki osebi, je tudi ta oseba bratranec ali sestrična prvi osebi. Antisimetrična ni, ker je simetrična. Transitivna pa tudi ni, saj ni nujno, da sta prva in tretja oseba bratranec ali sestrična, če vemo, da sta prva in druga ter druga in tretja oseba bratranec ali sestrična. Po tej poti lahko pridemo v drugo koleno, ki nima sorodstvenih vezi s prvo osebo. Torej je relacija 'biti bratranec ali sestrična' le simetrična.

**Naloga 2.** Refleksivna ni, ker premica ne more biti pravokotna sama nase. Simetrična je; če je prva premica pravokotna na drugo, je tudi druga pravokotna na prvo. Antisimetrična ni, ker je simetrična. Transitivna pa tudi ni; če je prva premica pravokotna na drugo in je druga premica pravokotna na tretjo premico, potem sta prva in tretja premica vzporedni in ne pravokotni, kot bi želeli za transitivnost. Torej je relacija pravokotnosti le simetrična in ni tako lepa kot relacija vzporednosti.

**Naloga 3.** Število 36 ima delitelje 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 in 36. Število 80 ima delitelje 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40 in 80. Število 200 ima delitelje 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100 in 200.

**Naloga 4. a)**  $8^{101} - 5 \cdot 8^{100} - 3 \cdot 8^{99} = 8^{99} \cdot 21$ , torej  $21 \mid (8^{101} - 5 \cdot 8^{100} - 3 \cdot 8^{99})$ .

**b)**  $10^{1000} - 2 \cdot 10^{999} - 50 \cdot 10^{997} = 10^{997} \cdot 30 \cdot 25$ , torej  $25 \mid (10^{1000} - 2 \cdot 10^{999} - 50 \cdot 10^{997})$ .

**c)**  $3^{n-2} - 15 \cdot 3^n + 2 \cdot 3^{n+2} = 3^{n-2} \cdot 28$ , torej 29 ne deli  $(3^{n-2} - 15 \cdot 3^n + 2 \cdot 3^{n+2})$ .

**d)**  $5^{n+3} - 12 \cdot 5^{n+1} + 3 \cdot 5^n = 5^n \cdot 68 = 5^n \cdot 2 \cdot 34$ , torej  $34 \mid (5^{n+3} - 12 \cdot 5^{n+1} + 3 \cdot 5^n)$ .

**Naloga 5.** Ker  $a \mid b$ , lahko zapišemo  $b = k \cdot a$ , in ker  $a \mid c$ , lahko zapišemo  $c = l \cdot a$ . Tako lahko zapišemo:  $12b + 13c = 12k \cdot a + 13l \cdot a = (12k + 13l) \cdot a$ . Ker sta  $k$  in  $l$  naravni števili, je tudi  $12k + 13l$  naravno število, zato velja  $a \mid (12b + 13c)$ .